

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ

XI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

IV кръг
Теоретичен тур

Младша възраст – решения

Задача 1. Кралска яхта. Велик и важен крал пътува с кралската си яхта по екватора. Един придворен, по заповед на краля, се грижи часовникът в каютата му винаги да е настроен по пояското време на пояса, в който се намират в момента. Кралят иска всеки ден да получава закуската си в 8 часа сутринта. Но всяка сутрин, точно преди да стане 8 часа, влиза придворният и връща часовника на 7 часа. Така кралят винаги трябва да чака още един час, докато му донесат закуската.

В каква посока и с каква скорост се движи яхтата? Радиусът на Земята е 6378 км.

В изблик на силно раздразнение кралят заповядва на капитана да подкара яхтата с двойно по-голяма скорост. Какво ще се случи с режима му на ставане и закусяне тогава?

Решение:

Земята се върти около своята ос от запад на изток. Когато се движим в същата посока, т.е. на изток, ние се “надбягваме” с точките от земната повърхност и срещаме изгревите на Слънцето все по-рано и по-рано. Обратно, когато се движим на запад, ние “бягаме” от изгряващото Слънце и изгревите настъпват все по-късно и по-късно. Всяка сутрин придворният връща часовника на краля с 1 час назад, за да показва поясно време. Следователно яхтата се движи на запад. Това означава също, че за едно денонощие яхтата изминава разстояние колкото е ширината на един часови пояс. Часовите пояси по земното кълбо са 24, като всеки от тях обхваща $360^\circ/24 = 15^\circ$. По екватора това отговаря на разстояние $s = 2\pi R/24$, където R е радиусът на Земята. Така полученото разстояние се изминава от яхтата за едно денонощие от 24 часа плюс още един час, или за $t = 25$ часа. Скоростта на яхтата е:

$$v = s/t = 2\pi R/(24 \cdot 25 \text{ h}) \approx 66.8 \text{ km/h}$$

Движейки се с двойно по-голяма скорост, яхтата ще изминава два часови пояса за 25 часа. Да предположим, че в 8 часа сутринта някой ден яхтата се намира в началото на един часови пояс. В 20:30 ч. вечерта яхтата ще е на границата със следващия часови пояс. Тогава слугата ще премести часовника с 1 час назад и той ще показва 19:30 ч. В 8 ч. сутринта на следващия ден яхтата ще премине границата със следващия часови пояс и часът ще стане 7. Следователно кралят ще чака 1 час закуската си. По-късно в 19:30 ч. яхтата ще пресече следващата граница и часът ще стане 18:30. В 7 ч. на следващата сутрин тя ще е на следващата граница и пояското време ще е 6 часа, но кралят няма да си чака закуската, защото още ще спи. В 18:30 яхтата ще навлезе в следващия часови пояс и часът ще стане 17:30. След това в 6 ч. сутринта ще е на границата на следващия. Това означава, че кралят няма да чака закуската си, отново защото още ще спи. Вижда се, че при два пъти по-голяма скорост режимът на закусяне на краля ще бъде различно засегнат в различните дни.

Интерес представляват дните, в които яхтата ще е на границата между два часови пояса в 9 часа. Час преди това кралят вече ще е закусил. Но в 9 ч. часовникът ще бъде върнат на 8 часа и кралят ще трябва закуси още веднъж. Друг възможен такъв случай е когато границата между поясите се пресича в 8:30. Тогава, тъкмо след закуската на краля

часовникът ще бъде върнат на 7:30 и половин час по-късно кралят пак ще трябва да получи втора закуска.

Задача 2. Възможна комета. Известният наблюдател на комети от Русе Момчил Молнар изпратил спешна телеграма в Международния астрономически съюз, че е открил нова комета. Неговите пресмятания, извършени с логаритмична линейка, показали, че кометата има афелийно разстояние 820 млн. км и период на обиколка около Слънцето – 2 години.

Оценете верността на резултатите на младия астроном и възможността да се увенчае със световна слава за своето откритие. ($1 \text{ AU} = 150 \times 10^6 \text{ km}$).

Решение:

Тъй като кометите имат силно елиптични орбити, то тяхното афелийно разстояние е много по-голямо от перихелийното. Но колкото и малко да е перихелийното разстояние на кометата, за голямата полуос на орбитата a можем да напишем следния израз:

$$a = \frac{r_a + r_p}{2} > \frac{r_a}{2} = 2.74 \text{ AU}$$

където r_a и r_p са афелийното и перихелийното разстояние на кометата. От третия закон на Кеплер, записан за две тела в Слънчевата система, едно от които е Земята, можем да дадем оценка за орбиталния период на една комета:

$$T = a^{3/2} > 4.54 \text{ yr}$$

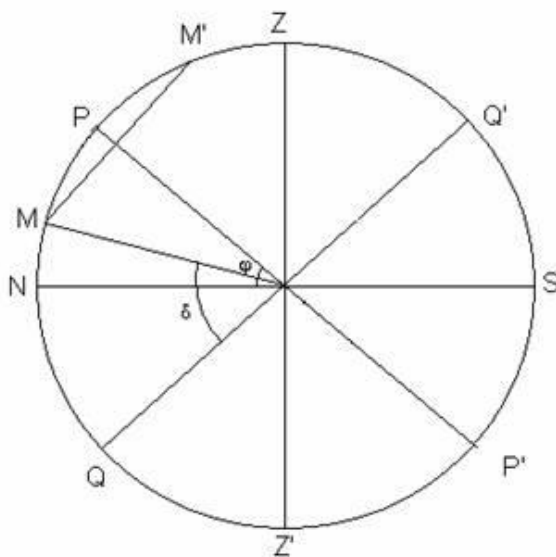
Следователно описаната в задачата комета не би могла да съществува.

Задача 3. Определяне на географската ширина. Теди и Миро потеглят на морско пътешествие. За нещастие те забравят ъгломерните си инструменти и всякакви справочни материали на брега, рискувайки да се загубят в безкрайната шир. Теди открива в трюма на кораба стар алтазимутален телескоп. Миро си спомня, че деклинацията на любимата му звезда Алрай е 78° и измерва разликите във височините на тази звезда в горна и долна кулминация. Разликата се оказва 40° .

Помогнете на пътешествениците и определете каква е тяхната географска ширина.

Решение:

Ще разгледаме две възможности. Първата е както горната, така и долната кулминация да се случи на север от зенита.

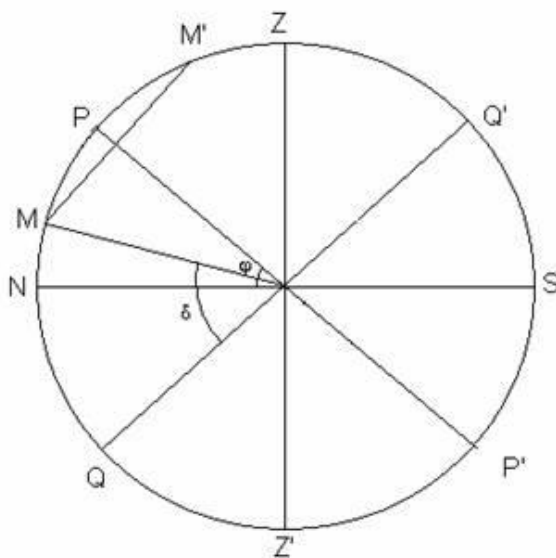


На чертежа са означени хоризонтът на наблюдателя NS, небесният екватор QQ' и паралелът MM', по който се движи звездата. Нейната деклинация е δ , а φ е географската ширина на мястото. Дъгата NM представлява височината на звездата в долна кулминация, а дъгата NM' височината на звездата в горна кулминация. В сила са следните съотношения:

$$MP = M'P = \Delta h/2 \quad \delta + \Delta h/2 = 90^\circ$$

където $\Delta h = 40^\circ$ трябва да е разликата във височините. Но това условие е неизпълнимо и следователно тази конфигурация не е възможна.

Втората възможност е горната кулминация да е на юг (M'), а долната на север от зенита (M).



Височините на звездата над хоризонта при двете кулминации са съответно h_1 и h_2 . От чертежа се вижда, че трябва да е изпълнено:

$$h_1 + h_2 + 2(90^\circ - \delta) = 180^\circ$$

Оттук следва:

$$h_1 + h_2 = 2\delta = 156^\circ$$

Същевременно трябва да е в сила:

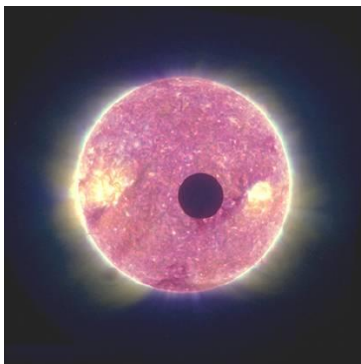
$$h_2 - h_1 = 40^\circ$$

Решението на системата от последните две уравнения дава:

$$h_1 = 58^\circ \quad h_2 = 98^\circ > 90^\circ$$

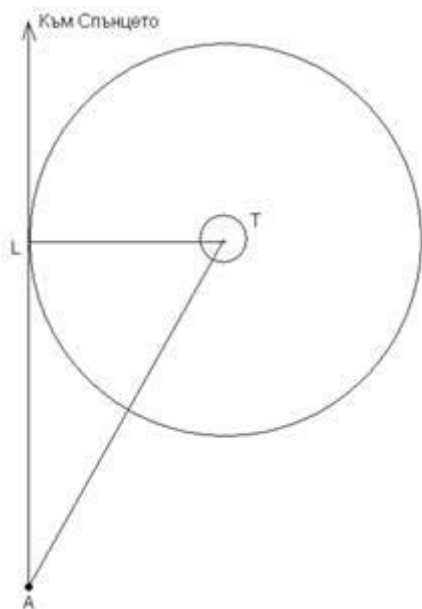
което очевидно е лишено от смисъл. Изводът е, че разликата във височините не е измерена правилно.

Задача 4. Пасаж на Луната. Снимката е направена на 10 юни 2008 г. На нея се вижда Луната на фона на Слънцето. На какво разстояние се намира космическият апарат от Луната? А от Слънцето?



Решение:

На схемата с Т е означено положението на Земята, а с L – на Луната.



От дадената ни страница за месец юни 2008 г. от Астрономическия алманах виждаме, че на 10 юни Луната е била в първа четвърт. Ето защо положението на апарата е в т. А на схемата. Очевидно той не е много далеч от Земята. Това означава, че видимият от него ъглов диаметър на Слънцето е приблизително същият, какъвто е и за земния наблюдател. Измерваме в милиметри диаметрите на Слънцето и Луната върху снимката:

$$d_S = 68 \text{ mm} \quad d_L = 13 \text{ mm}$$

Знаем, че при наблюдение от Земята видимите ъглови диаметри на Слънцето и Луната са приблизително еднакви. Следователно колкото пъти видимият от космическия апарат ъглов диаметър на Луната е по-малък от този на Слънцето, толкова пъти космическият апарат е по-отдалечен от Луната, отколкото е отдалечена Земята:

$$d_S/d_L = r_1/r_0$$

където r_1 е разстоянието от спътника до Луната, а r_0 от Земята до Луната. Оттук получаваме:

$$r_1 = r_0 d_S/d_L \\ r_1 \approx 2000000 \text{ km}$$

От триъгълника ATL и Питагоровата теорема за разстоянието от космическия апарат до Земята пресмятаме:

$$AT = \sqrt{AL^2 + LT^2} \\ AT \approx 2030000 \text{ km}$$

Задача 5. Планета около далечна звезда. Наблюдаван е пасаж на екзопланета пред диска на звездата, около която тя обикаля. Блясъкът на звездата се променя с $\Delta m = 0.02^m$. Намерете колко пъти радиусът на звездата е по-голям от радиуса на планетата. Звездата е от Главната последователност, има температура 8200 K и светимост 14 пъти по-голяма от светимостта на Слънцето. Намерете радиуса на планетата в километри. Радиусът на Слънцето е 700000 km, а температурата му е 5800 K.

Решение:

По време на пасажа блясъкът на звездата намалява $2.512^{\Delta m} \approx 1.02$ пъти.

Нека с R да означим радиуса на звездата, а с r радиуса на планетата. Когато планетата не е пред звездата, излъчващата площ на диска на звездата е $S_1 = \pi R^2$. По време на пасажа тази площ е $S_2 = \pi R^2 - \pi r^2$. Блясъкът на звездата нямалява именно пради това, че планетата е тъмна и закрива част от излъчващия диск на звездата. Следователно можем да запишем, че отношението на осветеностите E_1 и E_2 , които създава звездата в двата случая е равно на отношението на двете излъчващи площи:

$$E_1/E_2 = S_1/S_2 = R^2/(R^2 - r^2) = 1.02$$

Оттук получаваме $r/R \approx 0.13$. Следователно планетата е с около 7.7 пъти по-малък радиус отколкото звездата. Означаваме с T – температурата на звездата, а с R_0 и T_0 радиуса и температурата на Слънцето. За светимостите на звездата и Слънцето L и L_0 е в сила:

$$L/L_0 = (R/R_0)^2 (T/T_0)^4 = 14$$

Оттук намираме $R/R_0 \approx 2$. По-нататък изчисляваме: $R = 1400000$ km и $r = 180000$ km.